

Berechnung der turbulenten Vermischung von technischen Gasen in langen Rohrleitungen bei isothermer quasistationärer Strömung

1. Problem- und Zielstellung

Die gegenwärtige Etappe der Entwicklung der Gastransport- und Verteilungssysteme ist durch ein schnelles Anwachsen ihrer Ausmaße und durch einen zunehmenden Zusammenschluß aller Gasleitungen zu einem einheitlichen Gasverbundsystem gekennzeichnet.

Mit dem Ziel, den ständig steigenden Gasbedarf der Bevölkerung und der Industrie abzudecken und die Versorgungssicherheit zu erhöhen, werden neben den inneren Verbindungen (Rohrleitungen innerhalb von Systemen einer bestimmten Gasqualität) auch äußere Verbindungen zwischen Hoch- und Mitteldrucknetzen unterschiedlichster Gasqualitäten geschaffen. Bei kritischen Versorgungssituationen, insbesondere in den Spitzenbelastungszeiten, und bei Havarien in einem System können über diese Leitungen geeignete Gasqualitäten (Industriegase, Spaltgase, Flüssiggas/Luft-Gemische) aus einem anderen System eingespeist werden [1], [2].

Zeitweilige Änderungen der Gasqualität innerhalb eines festgelegten Wobbezahlbereiches führen im allgemeinen zu keinen Schwierigkeiten oder Beeinträchtigungen beim Betrieb der Gasgeräte in den Haushalten sowie in gesellschaftlichen und kommunalen Einrichtungen [3], [4]. Eine völlig andere Situation ergibt sich für Großabnehmer, welche den Energieträger Gas für technologische Prozesse anwenden. Unerwartete Änderungen der Gasqualität können bei diesen Abnehmern zu Produktionsausfällen und damit zu hohen volkswirtschaftlichen Verlusten führen. Über Änderungen der Gasqualität müssen derartige Verbraucher deshalb rechtzeitig informiert werden. Eine große Bedeutung für die Einleitung von operativen Maßnahmen (z. B. die zeitweilige Umstellung auf Flüssiggas) besitzt dabei die Kenntnis des Zeitpunktes für das Eintreffen und die Zeitdauer für das Ausstoßen der Vermischungszone (Zone, in der sich die Konzentration der neuen Gasqualität in der Mischung von etwa 1 bis 99% ändert). Entsprechende Berechnungsmethoden, die neben den Rohrleitungs-, Stoff- und Strömungsparametern den Vermischungsprozeß (turbulente und konvektive Diffusion) berücksichtigen, lagen bisher nicht vor.

In dem vorliegenden Beitrag wird eine Methode zur Berechnung der turbulenten Vermischung von Gasen in langen Rohrleitungen bei isothermer quasistationärer Strömung vorgestellt.

2. Differentialgleichung für die Beschreibung turbulenter Vermischungsprozesse in langen Rohrleitungen

Ändert sich die Gasqualität eines in einer Rohrleitung fließenden Gases, so kommt es in der Kontaktzone zwischen der ursprünglichen Gasqualität (Gas I) und der neuen Gasqualität (Gas II) zur Vermischung beider Gase. Die Folge ist die Entstehung einer in ihrer Ausdehnung ständig zunehmenden Mischgaszone, die sich zwischen den Gasen I und II durch die Rohrleitung bewegt. Ursache für den Vermischungsprozeß ist die turbulente und konvektive Diffusion. Auf Grund der ungleichmäßigen Ge-

schwindigkeitsverteilung des Gases über den Rohrquerschnitt dringt das Gas II keilförmig in das vor ihm fließende Gas I ein (Bild 1). Gleichzeitig bewirkt die turbulente Diffusion eine intensive Vermischung der eingebrungenen Gasmoleküle über den Rohrquerschnitt. Beide Prozesse führen zur Herausbildung einer charakteristischen Konzentrationsverteilung $C(x, t)$ des Gases II im Gas I, die für eine quasistationäre Strömung² mit Hilfe der Gleichung für eindimensionale molekulare Diffusion und Konvektion beschrieben werden kann, wenn anstelle des molekularen Diffusionskoeffizienten ein sogenannter effektiver Diffusionskoeffizient gesetzt wird.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w(t) \frac{\partial C}{\partial x} = D_{\text{eff.}}(t) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1)$$

Dieser Diffusionskoeffizient erfaßt neben der turbulenten auch die konvektive Diffusion. Seine Abhängigkeit von der Zeit zeigt, daß er sich während der Bewegung der Mischgaszone ändert.

Ausgehend von dem universellen Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung über den Rohrquerschnitt

$$\frac{w_0 - w(y)}{w_*} = f(2y/d) \quad (2)$$

und der von Reynolds aufgezeigten Analogie zwischen der Übertragung von Impuls, Wärme und Masse, wurde von Taylor [5] folgende Beziehung für die Berechnung des effektiven Diffusionskoeffizienten flüssiger Medien abgeleitet:

$$D_{\text{eff.}} = \xi \frac{d}{2} \cdot w_m \sqrt{\frac{\lambda}{8}}, \quad \xi = 10,1. \quad (3)$$

Zahlreiche experimentelle und praktische Meßergebnisse haben die Richtigkeit dieser Berechnungsmethode bewiesen [5], [6], [7], [8]. Formeln zur Berechnung des effektiven Diffusionskoeffizienten für andere Fälle sind in den Arbeiten [9], [10], [11], [12], [13], [14] dargestellt.

Davidson [15] und Fedorow [16] weisen in ihren Arbeiten nach, daß die von Taylor entwickelte Theorie und daraus abgeleitete Formel (3) zur Berechnung des effektiven Diffusionskoeffizienten auch für die turbulente Vermischung technischer Gase anwendbar ist.

Nach Formel (3) ist der effektive Diffusionskoeffizient eine Funktion der mittleren Geschwindigkeit der Vermischungszone und der Rohrreibungszahl λ . Für seine zeitliche Änderung gilt deshalb

$$D_{\text{eff.}}(t) = D_{\text{eff.}} \frac{w(t)}{w_m} \quad (4)$$

Setzt man diese Beziehung in Gleichung (1), so ergibt sich

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w(t) \frac{\partial C}{\partial x} = D_{\text{eff.}} \frac{w(t)}{w_m} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (5)$$

¹ Für eine quasistationäre Strömung gilt $[\partial(\rho w)/\partial x] = 0$, wobei (ρw) eine Funktion der Zeit ist.

² Die Rohrreibungszahl λ ist nur im sogenannten Übergangsbereich zwischen glattem und rauhem Verhalten der Rohrwand eine Funktion der Reynoldszahl, d. h. der Geschwindigkeit.



Bild 1. Geschwindigkeitsverteilung über den Rohrquerschnitt

¹ Dipl.-Ing. Wolfgang Schacht, Brennstoffinstitut Freiberg, Forschungsbereich Leipzig, z. Z. Gubkin-Institut, Moskau, und Dr.-Ing. Michail W. Lurje Gubkin-Institut Moskau, UdSSR (Aus Zweckmäßigkeitsgründen wurden für diesen Beitrag die Einheiten des SI nicht angewendet.)