Bewertung der Transportkapazität von Gasrohrleitungen für den Netzzugang

Wolfgang Schacht (VDI)

Gasmanagement, Gasdispatching, Netzüberwachung, Netzzugang, Analytische Netzberechnung, Transportkapazität, Transitleistung, Absatzleistung

Der Netzzugang beim Erdgas ist untrennbar mit dem Nachweis einer ausreichenden *Transportkapazität* der dafür in Betracht kommenden Gasrohrleitungen verbunden. Kenntnisse, Anschaulichkeit und Transparenz auf diesem Spezialgebiet des Rohrleitungstransports sind nicht nur für den Netzbetreiber, sondern auch für die Kunden und Händler von praktischer Bedeutung. Auf der Grundlage allgemeiner Lösungen der Transportgleichungen für ausgewählte Versorgungsfälle wird der Begriff *Transportkapazität* für HD-Gasrohrleitungen analysiert. Dabei zeigt sich, dass die Leistungsfähigkeit einer Gasrohrleitung im Allgemeinen nur durch ihre Transit- und Absatzleistung bestimmt wird. Ein einfaches, aber sehr effektives Verfahren für die Berechnung, graphische Darstellung und Bewertung dieser wichtigen Parameter in Abhängigkeit von einer beliebigen Anzahl, Anordnung und Verteilung der Gasabnehmer (Lieferadressen) und Abnahmeleistung wird vorgestellt.

1. Einleitung

Die praktische Umsetzung der „Verbändevereinbarung zum Netzzugang bei Erdgas (VV Erdgas II)“ vom 03.05.2002 [1] fordert von den künftigen Netzbetreibern die Bereitstellung einer ausreichenden *Transportkapazität* für die Sicherung eines objektiven, diskriminierungsfreien und transparenten Netzzugangs. Einerseits bildet die vereinbarte *Transportkapazität* in Höhe der maximal vom Kunden nutzbaren Stundenleistung im Jahr eine wichtige Grundlage für die Berechnung des Netzzugangsentgeltes, andererseits werden im Falle ihrer Knappheit im Engpassmanagement konkrete Regeln für konkurrierende Netzzugangsanfragen festgelegt. Besteht z.B. keine freie *Transportkapazität* zur vollständigen Deckung einer Netzzugangsanfrage, so sind vom Netzbetreiber unterbrechbare *Transportkapazität*en anzubieten. Ein Anspruch des Netzkunden auf eine unterbrechbare *Transportkapazität* besteht nicht, solange noch freie Kapazitäten vorhanden sind.

In Vorbereitung auf künftige Netzzugangsanfragen steht vor den Betreibern der regionalen und überregionalen Netze die Aufgabe, die *Transportkapazität* ihrer Gasrohrleitungen

abschnittsweise hinsichtlich Nutzungsgrad, Engpässe oder fehlenden Ressourcen klar zu definieren und im Voraus zu bewerten.

Als *Transportkapazität* einer Gasrohrleitung wird in der Fachliteratur der in ihr transportierte Normvolumenstrom in m³/h bzw. ihre Transportleistung in MW bezeichnet [2, 3, 4].

Im vorliegenden Artikel wird für ausgewählte Versorgungsfälle mit und ohne Gasabnahme (Lieferadressen) die Problematik einer ausreichenden *Transportkapazität* beim Netzzugang untersucht. Als Grundlage für diese Betrachtungen dienen ausgewählte analytische Lösungen der Transportgleichungen hinsichtlich der sich einstellenden Druck- und Massenstromverläufe. Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass es eine *Transportkapazität* von Gasrohrleitungen an sich nicht gibt. Die Leistungs- bzw. Transportfähigkeit einer Gasrohrleitung wird allein durch ihre Transit- und Absatzleistung bestimmt. Auf die damit im Zusammenhang stehenden Gesetzmäßigkeiten, insbesondere auf die gegenseitige Abhängigkeit der Transit- und Absatzleistung von der Anzahl, Anordnung und Verteilung der Lieferadressen, aber auch von der Größe der spezifischen Absatzleistung wird eingegangen. Ein einfaches, aber sehr effektives Verfahren für die Berechnung, graphische Darstellung und Bewertung dieser wichtigen Parameter beim Netzzugang mit und ohne Gasabnahme (Lieferadressen) wird vorgestellt.

2. Berechnungsgrundlagen

In [5] wurde das folgende Gleichungssystem für die Berechnung relativ langsamer isothermer instationärer Rohrströmungen abgeleitet und diskutiert :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = 0 \; ; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\lambda \cdot c^2}{2 \cdot Z \cdot D} \cdot \frac{\dot{m}\,|\dot{m}|}{p} \quad . \tag{2}$$

Mit Hilfe des Linearisierungsfaktors

$$2a = \frac{\lambda \cdot \overline{\omega}}{2 \cdot D}, \tag{3}$$

folgt aus den Gleichungen (1) und (2) das sogenannte „Langrohrmodell“ (die Trägheitskräfte sind wesentlich kleiner als die Reibungsverluste und können deshalb vernachlässigt werden) für die Berechnung des instationären Druck- und Massenstromverlaufes in einer Gasrohrleitung ohne Lieferadressen:

$$c^2 \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 2a \cdot \frac{\partial p}{\partial t}, \tag{4}$$

$$c^2 \cdot \frac{\partial^2 \dot{m}}{\partial x^2} = 2a \cdot \frac{\partial \dot{m}}{\partial t}. \tag{5}$$

Aus (4) und (5) lassen sich ohne Schwierigkeiten die erforderlichen Transportgleichungen für folgende grundlegende Versorgungsfälle mit Lieferadressen ableiten:

1) Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung q pro Meter über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

$$\frac{2a}{c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{2a}{\mathrm{A}} \cdot q\,; \tag{6}$$

2) Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung q pro Meter im Bereich von x_1 bis L der Gasrohrleitung

$$\frac{2a}{c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{2a}{\mathrm{A}} \cdot q \cdot H(x - x_1)\,; \tag{7}$$

3) Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung q pro Meter in einem beliebigen Bereich x_1 bis x_2 der Gasrohrleitung

$$\frac{2a}{c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{2a}{\mathrm{A}} \cdot q \cdot \left[\, H(x - x_1) - H(x - x_2) \,\right]; \tag{8}$$

4) Punktuelle Absatz- oder Einspeiseleistung $\pm Q_3$ an einem beliebigen Ort $x = x_3$ der Gasrohrleitung

$$\frac{2a}{c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{2a}{\mathrm{A}} \cdot Q_3 \cdot \delta(x - x_3), \tag{9}$$

wobei $H(x)$ - die Heaviside – Funktion und $\delta\ (x)$ - die Diracsche Delta-Funktion sind.

Mit Hilfe der Gleichungen (6) bis (9) können eine Vielzahl der in Praxis auftretenden Versorgungsfälle simuliert und analysiert werden. Dazu müssen diese Gleichungen nur in geeigneter Weise miteinander kombiniert werden. Zur Einführung und zum besseren Verständnis der damit im Zusammenhang stehenden Problematik wird zunächst der sehr einfache, in der Praxis jedoch kaum anzutreffende Versorgungsfall „Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung q pro Meter über die gesamte Länge der Gasrohrleitung“ untersucht.

3. Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung/Meter über die gesamte Länge einer Gasrohrleitung

Betrachtet wird eine 10 km lange Gasrohrleitung DN 300 (D = 312,7 mm) mit einer sehr großen Anzahl von angeschlossenen Kunden, die gleichmäßig über die gesamte Länge der Leitung verteilt die gleiche Leistung q pro Meter abnehmen.

Zu berechnen sind der Druck- und Massenflussverlauf in dieser Gasrohrleitung ohne und mit einer konstanten Transitleistung für folgende Versorgungsfälle:

a) maximal mögliche Absatzleistung (reine Absatzleitung);
b) 25-%ige Reduzierung der maximal möglichen Absatzleistung,
c) 50-%ige Reduzierung der maximal möglichen Absatzleistung,
d) 75-%ige Reduzierung der maximal möglichen Absatzleistung und
e) vollständige Abschaltung aller Kunden (reine Transitleitung).

Das Modell der Gasrohrleitung mit gleichmäßig verteilter konstanter Absatzleistung pro Meter ohne eine konstante Transitleistung ist im Bild 1, das mit einer zusätzlichen konstanten Transitleistung – im Bild 2 dargestellt.

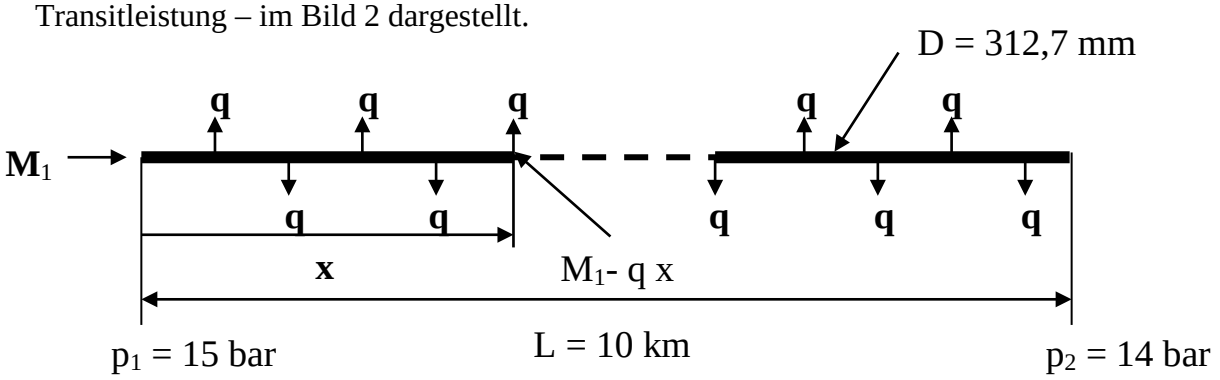

Bild 1: Gleichmäßig verteilte Absatzleistung ohne konstante Transitleistung

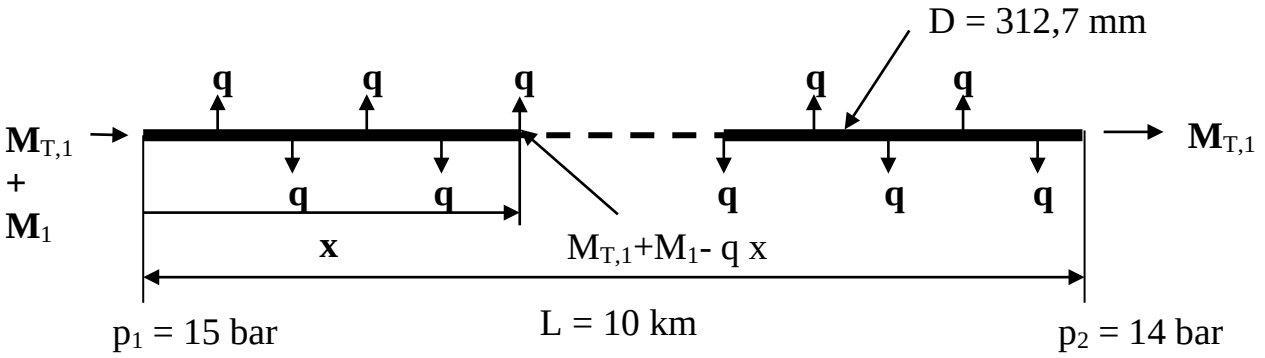

Bild 2: Gleichmäßig verteilte Absatzleistung mit konstanter Transitleistung

Die Drücke am Anfang und Ende der Leitung, p_1 = 15 bar und p_2 = 14 bar, sind in beiden Fällen aus versorgungstechnischen Gründen konstant .

Die Normdichte des Erdgases beträgt $\rho_G = 0{,}732$ kg/m³ , die konstante Transitleistung

$$2 \text{ kg/s bzw. } V_T = \frac{M_T}{\rho_G} \cdot 3600 = 9.836 \text{ m}_N^3 \ / \ h. \tag{10}$$

Bei einer mittleren Rohrrauhigkeit von k = 0,2 mm und Annahme hydraulisch rauher Strömungsverhältnissen ergibt sich aus

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg(\frac{D}{k}) + 1{,}14 \tag{11}$$

eine Rohrreibungszahl λ von 0,01765. Die Schallgeschwindigkeit beträgt unter den oben genannten Bedingungen ~ 370 m/s (p_m=15,51 bar, Z=0,965, R=509 m²/(s² °K), T = 278 °K).

Lösung:

Der Druck- und Massenflussverlauf längs der Gasrohrleitung wird mit Hilfe des Gleichungssystems (1), (2) berechnet. Für den Fall einer stationären Strömung ($\frac{\partial p}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = 0$, $\dot{m} = \frac{M}{A}$) folgt daraus

$$\frac{p \cdot dp}{ZRT} + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{M^2}{D \cdot A^2} \cdot dx = 0 \tag{12}$$

Bei gleichmäßiger Absatzleistung q über die gesamte Länge der Gasrohrleitung ohne konstante Transitleistung ist

$$M = M_1 - q \cdot x, \tag{13}$$

bei gleichmäßiger Absatzleistung q mit einer konstanten Transitleistung -

$$M = M_{T,1} + M_1 - q \cdot x, \tag{14}$$

wo M - der variable Massenfluss des Gases längs der Leitung in kg/s,

M_1 - der Massenfluss am Anfang der Leitung in kg/s,

$M_{T,1}$ - die konstante Transitleistung in kg/s,

q - die konstante spezifische Absatzleistung in kg/(s m) und

x - die Ortskoordinate der Leitung (x = 0 ... L) in m

sind.

Mit (13) bzw. (14) folgt aus Gleichung (12)

$$\frac{p \cdot dp}{ZRT} + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\left(M_1^{\ 2} - 2 \cdot M_1 \cdot q \cdot x + q^2 \cdot x^2 \right)}{D \cdot A^2} \cdot dx = 0; \tag{15}$$

$$\frac{p \cdot dp}{ZRT} + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\left(M_{T,1}^{\ 2} + 2 \cdot M_1 \cdot M_{T,1} - 2 \cdot q \cdot x \cdot M_{T,1} + M_1^{\ 2} - 2 \cdot q \cdot x \cdot M_1 + q^2 \cdot x^2 \right)}{D \cdot A^2} \cdot dx = 0. \tag{16}$$

Nach Integration der Gleichungen (15) und (16) von p_1 bis p_2 und von 0 bis L bzw. von p_1 bis $p(x)$ und von 0 bis x sowie Substitution der Größe $q \cdot \frac{L}{M_1}$ durch η_A ergeben sich folgende Berechnungsformeln für den Druckverlauf

- ohne konstante Transitleistung

$$p(x) = \sqrt{p_1^{\ 2} - (p_1^{\ 2} - p_2^{\ 2}) \cdot \frac{x}{L} \cdot \frac{(\frac{\eta_A^{\ 2}}{3} \cdot \frac{x^2}{L^2} - \eta_A \cdot \frac{x}{L} + 1)}{(\frac{\eta_A^{\ 2}}{3} - \eta_A + 1)}}; \tag{17}$$

- mit konstanter Transitleistung

$$p(x) = \sqrt{p_1^{\ 2} - (p_1^{\ 2} - p_2^{\ 2}) \cdot \frac{x}{L} \cdot \frac{(\frac{M_{T,1}^{\ 2}}{M_1^{\ 2}} - \eta_A \cdot \frac{x}{L} \cdot \frac{M_{T,1}}{M_1} + 2 \cdot \frac{M_{T,1}}{M_1} + \frac{\eta_A^{\ 2}}{3} \cdot \frac{x^2}{L^2} - \eta_A \cdot \frac{x}{L} + 1)}{(\frac{M_{T,1}^{\ 2}}{M_1^{\ 2}} - \eta_A \cdot \frac{M_{T,1}}{M_1} + 2 \cdot \frac{M_{T,1}}{M_1} + \frac{\eta_A^{\ 2}}{3} - \eta_A + 1)}}; \tag{18}$$

bzw. für den Massenflussverlauf

- ohne konstante Transitleistung

$$M(x) = \frac{A}{c} \cdot \sqrt{\frac{D \cdot (p_1^{\ 2} - p_2^{\ 2})}{L \cdot \lambda \cdot (\frac{\eta_A^{\ 2}}{3} - \eta_A + 1)}} \cdot (1 - \eta_A \cdot \frac{x}{L}) \tag{19}$$

- mit konstanter Transitleistung

$$M(x) = M_{T,1} + \left[\sqrt{\frac{A^2 \cdot D \cdot (p_1^{\ 2} - p_2^{\ 2})}{L \cdot \lambda \cdot c^2 \cdot (\frac{\eta_A^{\ 2}}{3} - \eta_A + 1)} - \frac{\eta_A^{\ 2} \cdot M_{T,1}^{\ 2}}{4 \cdot (\frac{\eta_A^{\ 2}}{3} - \eta_A + 1)^2}} + \frac{(\eta_A - 2) \cdot M_{T,1}}{2 \cdot (\frac{\eta_A^{\ 2}}{3} - \eta_A + 1)} \right] \cdot (1 - \eta_A \cdot \frac{x}{L}), \tag{20}$$

wobei mit dem Ansatz

$$M_1 = \frac{A}{c} \cdot \sqrt{\frac{D \cdot (p_1^{\,2} - p_2^{\,2})}{L \cdot \lambda \cdot (\frac{\eta_A^{\,2}}{3} - \eta_A + 1)}}\,, \tag{21}$$

für die Gesamtleistung am Anfang der Leitung und

$$\eta_A = \frac{q \cdot L}{M_1} = \frac{M_A}{M_A + M_T} \tag{22}$$

für die konstante relative Absatzleistung folgender Zusammenhang

$$M_1 = \sqrt{\frac{A^2 \cdot D \cdot (p_1^{\,2} - p_2^{\,2})}{L \cdot \lambda \cdot c^2 \cdot (\frac{\eta_A^{\,2}}{3} - \eta_A + 1)} - \frac{\eta_A^{\,2} \cdot M_{T,1}^{\,2}}{4 \cdot (\frac{\eta_A^{\,2}}{3} - \eta_A + 1)^2}} + \frac{(\eta_A - 2) \cdot M_{T,1}}{2 \cdot (\frac{\eta_A^{\,2}}{3} - \eta_A + 1)}\,, \tag{23}$$

zwischen M_1, der konstanten relativen Absatzleistung η_A und der konstanten Transitleistung $M_{T,1}$ definiert werden kann.

In diesen und den folgenden Gleichungen ist

$$c = \sqrt{Z \cdot R \cdot T}\,, \tag{24}$$

die Schallgeschwindigkeit des Gases.

Für den Fall η_A = 0 und $M_{T,1}$= 0 ergeben sich aus (17) und (19) bzw. (18) und (20) die bekannten Gleichungen für die Berechnung des Druckverlaufes und des konstanten Massenflusses in einer reinen Transitleitung:

$$p(x) = \sqrt{p_1^{\,2} - (p_1^{\,2} - p_2^{\,2}) \cdot \frac{x}{L}}\,; \tag{25}$$

$$M_T = \frac{A}{c} \cdot \sqrt{\frac{D \cdot (p_1^{\,2} - p_2^{\,2})}{L \cdot \lambda}}\,. \tag{26}$$

Die Ergebnisse der Berechnung des Druck- und Massenflussverlaufes in der oben beschriebenen Gasrohrleitung (siehe Bild 1) auf der Basis der Gleichungen (17), (19) und (21), d.h. bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten spezifischen Leistung ohne zusätzlichen Transport einer konstanten Transitleistung über die gesamte Länge der Leitung, sind in der Tabelle 1 und in den Bildern 3, 4 und 5 dargestellt. Wie zu erwarten liegt die Transportleistung einer Gasrohrleitung mit vielen gleichmäßig verteilten Lieferadressen am Anfang oberhalb und am Ende unterhalb der konstanten Leistung einer reinen Transitleitung.

Aus der Gleichung (19) folgt für den Fall $\eta_A = 1$ die maximal mögliche Transportleistung am Anfang der Gasrohrleitung:

$$M_1 = \sqrt{3} \cdot M_{\mathrm{T}} . \tag{27}$$

Tabelle 1 zeigt die gegenseitige Abhängigkeit von Absatz- und Transitleistung. Wird die spezifischen Absatzleistung reduziert, so steigt die Transitleistung, steigt die spezifische Absatzleistung, so fällt die Transitleistung.

Gemäß

$$M(x) = M_1 \cdot (1 - \eta_A \cdot \frac{x}{L}), \tag{28}$$

d.h.

$$M(L) = M_1 - M_A, \tag{29}$$

bzw.

$$M(L) = M_A + M_T - M_A = M_T, \tag{30}$$

konstante Absatzleistung/Meter ohne konstante Transitleistung über die gesamte Länge L	η_A	M_1 **in kg/s**	M_T **in kg/s**	$q = M_A / L$ **in kg/(s m)**
maximale Absatzleistung (reine Absatzleitung)	1	8,425	0	0,0008425
25-%ige Reduzierung der max. Absatzleistung	0,75	7,354	1,839	0,0005515
50-%ige Reduzierung der max. Absatzleistung	0,50	6,369	3,185	0,0003184
75-%ige Reduzierung der max. Absatzleistung	0,25	5,540	4,155	0,0001385
Abschaltung aller Kunden (reine Transitleitung)	0	4,864	4,864	0,0000000

Tabelle 1: Zusammenhang von Absatz- und Transitleistung gemäß (17), (19), (21), (28) und (29)

bildet der nicht in Anspruch genommenen Leistungsanteil am Ende der Gasrohrleitung die Transitleistung M_T, die bei $\eta_A = 0$ ihr Maximum erreicht. Ist $M(L) < 0$, dann ist an einem festzulegenden Punkt der Gasrohrleitung eine zusätzliche Einspeisung erforderlich.

Verlangt die Versorgungsaufgabe, dass neben der maximal möglichen Absatzleistung M_A noch zusätzlich die konstante Transitleistung $M_{T,1}$ bereitzustellen ist, dann muss die Berechnung des Druck- und Massenflussverlaufes für die in Bild 2 dargestellte Gasrohrleitung auf der Grundlage der Gleichungen (18), (20) und (23) durchgeführt werden. Die Rechenergebnisse sind in der Tabelle 2 und in den Bildern 6, 7 und 8 dargestellt. Sie zeigen, dass bei Reduzierung der spezifischen Absatzleistung ($\eta < 1$) die am Anfang der Gasrohrleitung bereitgestellte Leistung sinkt und wegen

$$M(x) = M_{T,1} + M_1 \cdot (1 - \eta_A \cdot \frac{x}{L}); \tag{31}$$

d.h.

$$M(L) = M_1 - M_A + M_{T,1}, \tag{32}$$

bzw.

$$M(L) = M_A + M_T - M_A + M_{T,\ 1} = M_T + M_{T,\ 1}, \tag{33}$$

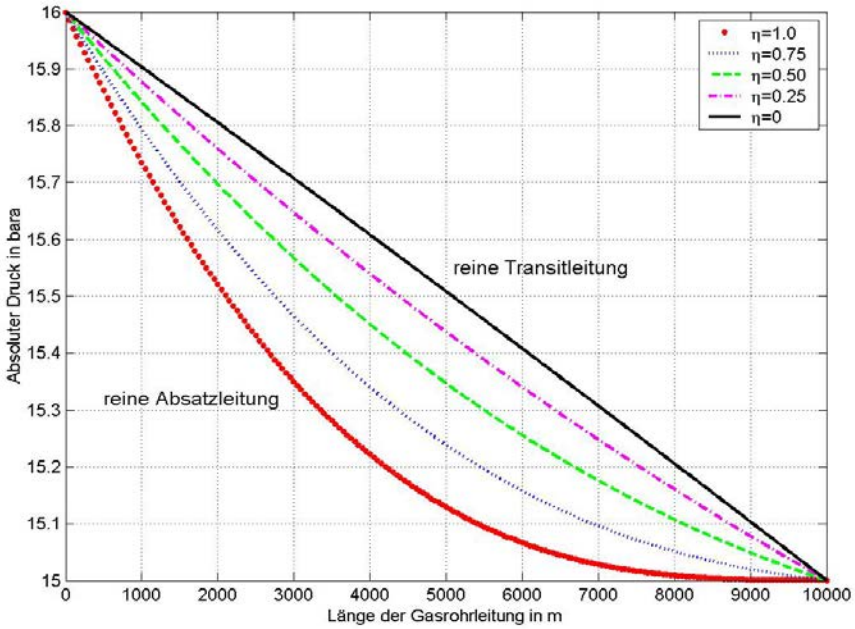

Bild 3: Druckverlauf bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten Leistung pro Meter ohne konstante Transitleistung über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

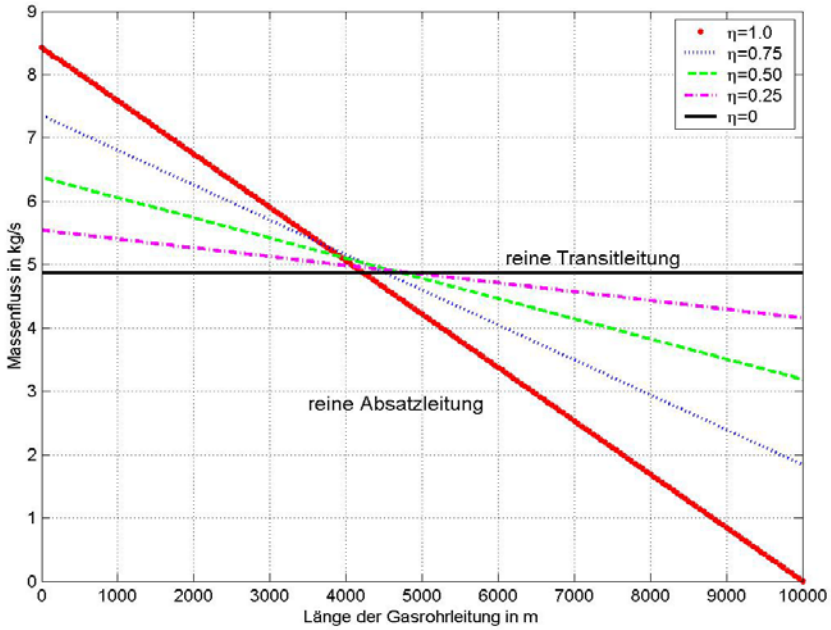

Bild 4: Massenflussverlauf bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten Leistung pro Meter ohne konstante Transitleistung über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

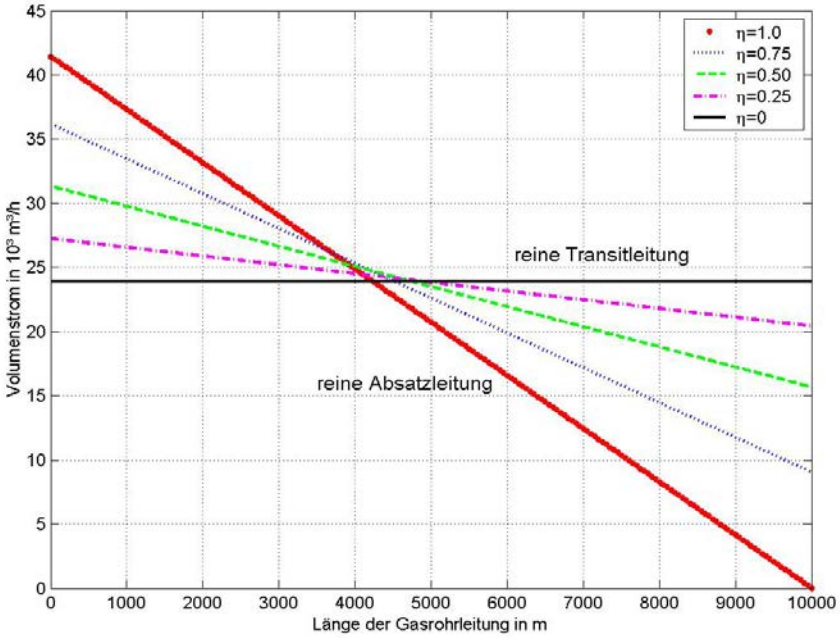

Bild 5: Volumenstrom bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten Leistung pro Meter ohne konstante Transitleistung über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

die konstante Transitleistung $M_{T,1}$ bis zum Ende der Gasrohrleitung auf den Betrag $M_{T,1} + M_T$ anwächst. Bei diesem Versorgungsfall wird unterstellt, dass die am Ende der Leitung **I** anstehende Leistung $M(L) = M_{T,1} + M_T$ die erforderliche Gesamtleistung der sich unmittelbar anschließenden Leitung **II** ist.

Bild 9 zeigt den Zusammenhang von Gesamtleistung und konstanter Transitleistung gemäß Gleichung (23). Bei einer konstanten Transitleistung von 2 kg/s (entspricht ca. 9.836 m_N^3/h) stehen unter der Voraussetzung einer gleichmäßig verteilten konstanten Abnahme über die gesamte Länge der Gasrohrleitung maximal nur 4,864 kg/s (entspricht ca. 23.920 m_N^3/h) an Absatzleistung zur Verfügung.

konstante Absatzleistung/Meter mit konstanter Transitleistung über die gesamte Länge L	η	M_1 in kg/s	$M_{T,1}$ in kg/s	M_T in kg/s	$q = M_A / L$ in kg/(s m)
maximale Absatzleistung	1	6,873	2,0	0	0,0004873
25-%ige Reduzierung der max. Absatzleistung	0,75	6,295	2,0	1.074	0,0002416
50-%ige Reduzierung der max. Absatzleistung	0,50	5,740	2,0	1,870	0,0000935
75-%ige Reduzierung der max. Absatzleistung	0,25	5,261	2,0	2,446	0,0000204
Abschaltung aller Kunden (reine Transitleitung)	0	4,864	2,0	2,864	0,0000000

Tabelle 2: Zusammenhang von Absatz- und Transitleistung gemäß (18), (20), (23), (31) und (32)

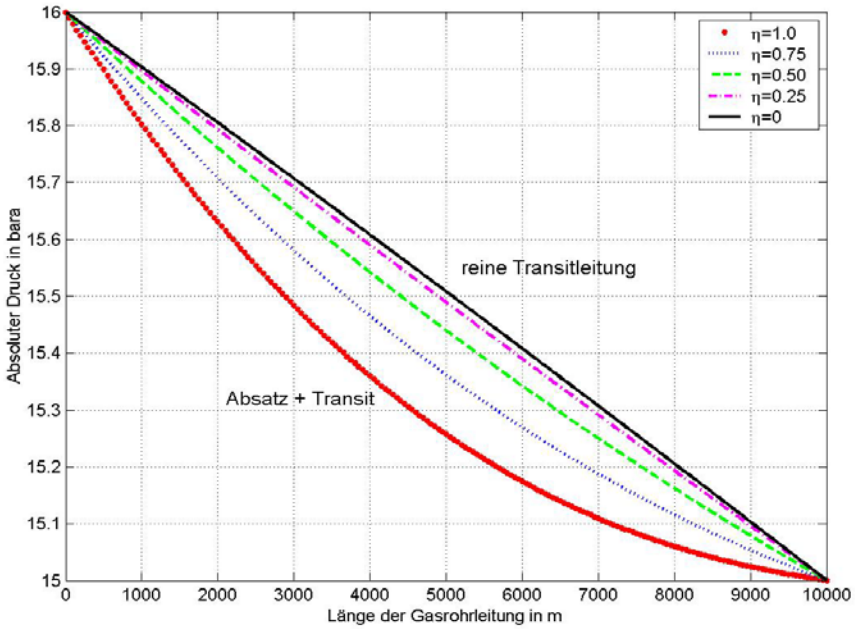

Bild 6: Druckverlauf bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten Leistung pro Meter mit konstanter Transitleistung über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

Die Ergebnisse der oben durchgeführten Berechnungen machen deutlich, dass die Größe der sich gegenseitig beeinflussenden Absatz- und Transitleistung einer Gasrohrleitung bei gleichen

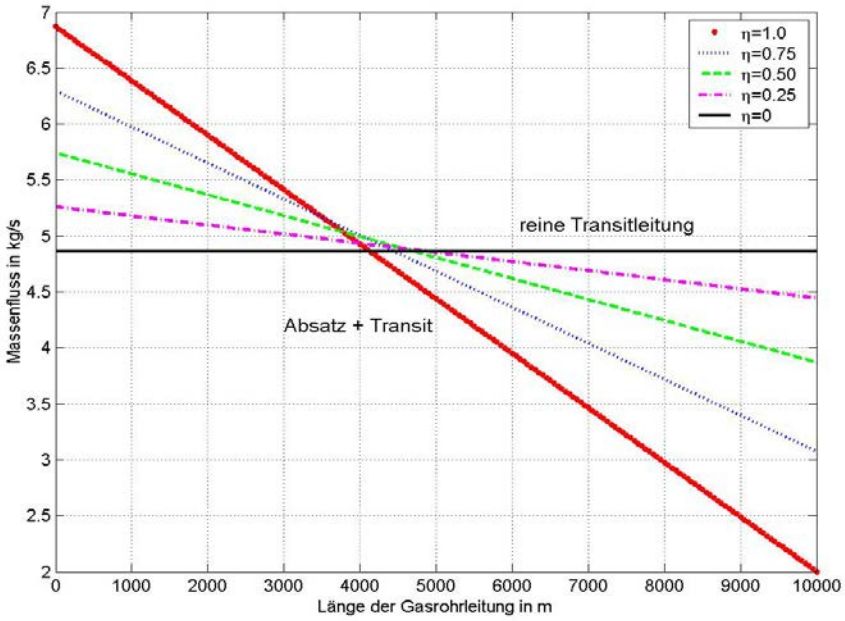

Bild 7: Massenflussverlauf bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten Leistung pro Meter und konstanter Transitleistung über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

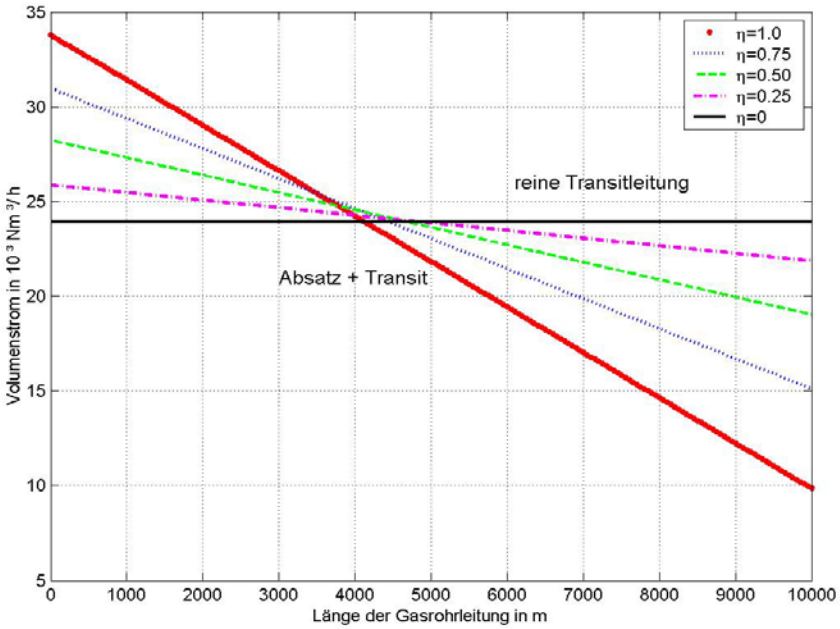

Bild 8: Volumenstrom bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten Leistung pro Meter mit konstanter Transitleistung über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

Randbedingungen von der Anzahl, Anordnung, Verteilung und spezifischen Absatzleistung der Lieferadressen abhängig sind. Die in der Praxis anzutreffenden Versorgungsfälle liegen in der Regel zwischen dem Fall einer reinen Transitleitung mit der Gesamtleistung $M_1 = M_T$ und dem Fall einer reinen Absatzleitung mit der Gesamtleistung $M_1 = M_A$.

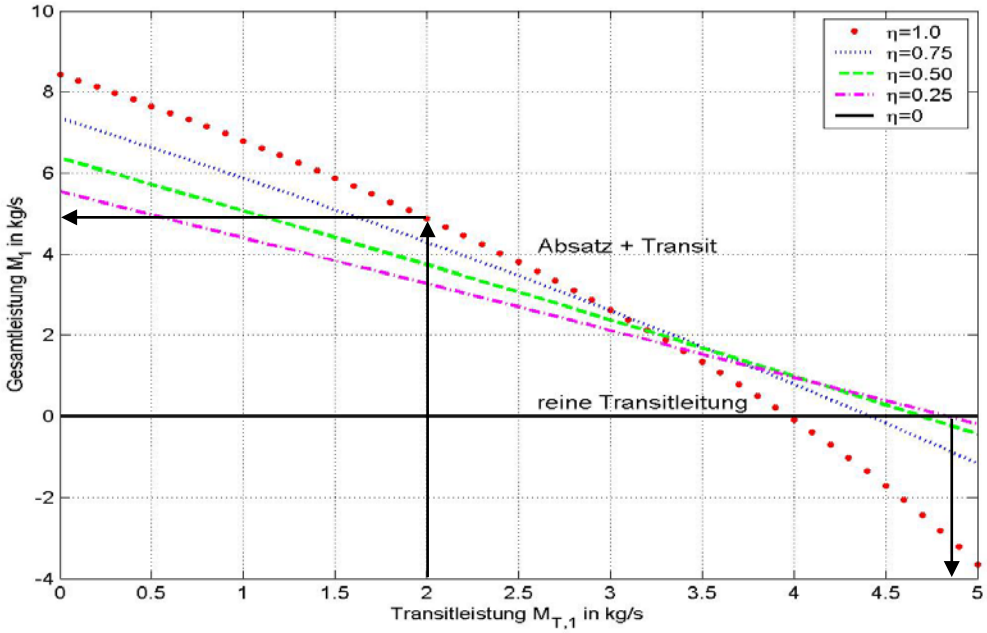

Bild 9: Zusammenhang zwischen Gesamtleistung und konstanter Transitleistung bei gleichmäßiger Abnahme über die gesamte Länge der Gasrohrleitung

Detaillierte Kenntnisse, Transparenz und Klarheit über das Verhalten von Absatz- und Transitleistung in einer Gasrohrleitung, insbesondere hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Anzahl, Anordnung, Verteilung der Lieferadressen, sind beim Netzzugang nicht nur für den Netzbetreiber, sondern auch für den Kunden und Händler von Bedeutung. Mit dieser Zielstellung werden die folgenden in der Praxis anzutreffenden Versorgungsfälle untersucht:

- gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung pro Meter in einem beliebigen Bereich x_1 bis x_2 der Gasrohrleitung;
- punktuelle Absatz- oder Einspeiseleistung an einem beliebigen Ort x_3 der Gasrohrleitung;
- beliebige Art, Anzahl und Verteilung von Absatz- und Einspeiseleistungen längs der Gasrohrleitung.

4. Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung/Meter im Bereich x_1 bis x_2 der Gasrohrleitung

Der Druck- und Massenflussverlauf in einer Gasrohrleitung mit gleichmäßig verteilter konstanter Absatzleistung/Meter im Bereich x_1 bis x_2 kann mit Hilfe der Gleichungen

$$\frac{2a}{c^2}\cdot\frac{\partial\ p}{\partial\ t}=\frac{\partial^2 p}{\partial\ x^2}+\frac{2a}{\mathrm{A}}\cdot q\cdot\left[\ H(x-x_1)-H(x-x_2)\ \right]; \tag{33}$$

und

$$M=-\left(\frac{A}{2\mathrm{a}}\right)\cdot\frac{\partial\ p}{\partial\ x}; \tag{34}$$

berechnet werden.

Die analytische Lösung dieses Systems partieller Differentialgleichungen 2. Ordnung stellt mit Hilfe der Fourier- oder Laplace - Transformation kein Problem dar. Sie erfolgt mit speziellen Programmen auf der Basis von "Symbolic Mathematics Software" (MATHEMATICA, MAPLE, MACSYMA, MATLAB) [6, 7, 8, 9] praktisch automatisch.

Der Einfachheit halber werden diesen und den folgenden Berechnungen die gleichen Anfangs- und Randbedingungen sowie Leitungs- und Strömungsparameter zu Grunde gelegt.

Sie lauten:

Anfangsbedingung $p(x,\ 0)=p_{\mathrm{t=0}}$;

Randbedingungen $p(0,\ t)=p_1$, $p(L,\ t)=p_2$;

Leitungs- und Strömungsparameter L = 10.000 m, D = 0,3127 m,

p_1 = 15 bar, p_2 = 14 bar,

ρ_G = 0,732 kg/m³, λ = 0,01765, c = 370 m/s.

Eine vollständige Darstellung der analytischen Lösung der Gleichungen (33) und (34) ist im Rahmen dieser Arbeit nicht notwendig und würde auch den Rahmen dieses Beitrages sprengen. Deshalb werden hier nur die zur Analyse erforderlichen Lösungen für den Fall einer stationären Strömung ($t \to \infty$) wiedergegeben.

Sie lauten:

- für den Druckverlauf

$$p(x) = \frac{2a \cdot \eta_A \cdot M_1}{2 \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{L}} \cdot \Big[\Big((x - x_2)^2 - \big(x_2^{\,2} - x_1^{\,2} \big) \Big) \cdot (H\ (x - x_1) - H\ (x - x_2)) - (x_2^{\,2} - x_1^{\,2}) \cdot H\ (x - x_2) - 2 \cdot x \cdot (x_2 - x_1) \cdot (H\ (x) - H\ (x - x_1)) + (x_2^{\,2} - x_1^{\,2}) \cdot \frac{x}{L} \Big] + p_1 - \frac{(p_1 - p_2) \cdot x}{L} \ ; \tag{35}$$

- für den Massenstromverlauf

$$M(x) = -\frac{\eta_A \cdot M_1}{L} \cdot \Big[(x - x_2) \cdot (H\ (x - x_1) - H\ (x - x_2)) - (x - x_1) \cdot \big(H\ (x) - H\ (x - x_1) \big) + \frac{(x_2^{\,2} - x_1^{\,2})}{2 \cdot L} \Big] + \frac{(p_1 - p_2) \cdot A}{2a \cdot L} \ , \tag{36}$$

wobei die Heaviside – Funktion $H(x)$ wie folgt definiert ist

$$H(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} . \tag{37}$$

Die allgemeine Lösung (36) demonstriert anschaulich den trivialen physikalischen Sachverhalt, dass der Massenstrom in einer Gasrohrleitung mit einer oder mehreren Lieferadressen stets aus zwei miteinander gekoppelten Teilströmen besteht,

aus dem Teilstrom „Absatzleistung“

$$M_A = \frac{\eta_A \cdot M_1}{\mathrm{L}} \cdot \Big[(x - x_2) \cdot (H\ (x - x_1) - H\ (x - x_2)) - (x - x_1) \cdot \big(H\ (x) - H\ (x - x_1) \big) + \frac{(x_2^{\,2} - x_1^{\,2})}{2 \cdot L} \Big] \tag{38}$$

und aus dem Teilstrom „Transitleistung“

$$M_T = \frac{(p_1 - p_2) \cdot A}{2a \cdot L} - M_A \tag{39}$$

In Ergänzung zum Versorgungsfall „Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung/Meter über die gesamte Länge einer Gasrohrleitung“, demonstriert dieses Beispiel den Einfluss des Ortes (Bereich x_1 bis x_2) und der spezifischen Absatzleistung der Lieferadressen auf die Größe und das Verhältnis dieser beiden Teilströme und damit auch auf die Gesamtleistung am Anfang der Leitung (siehe Bilder 10, 11, 12 und 13).

Die Berechnungen zeigen, dass eine Gasrohrleitung mit und ohne Lieferadressen - wie bereits im 1. Beispiel - bei den jeweiligen Randbedingungen stets zu 100 % ausgelastet ist. Sie besitzt demnach auch keine freien Leistungsreserven. Jede Erhöhung der spezifischen Absatzleistung führt zwangsläufig zu einer Verringerung der verbleibenden Transitleistung. Umgekehrt, jede Verringerung der spezifischen Absatzleistung führt zwangsläufig zu einer Erhöhung der Transitleistung. Die beiden möglichen Grenzfälle (reine Absatzleitung und reine Transitleitung) sind an Hand eines Beispiels im Bild 10 dargestellt.

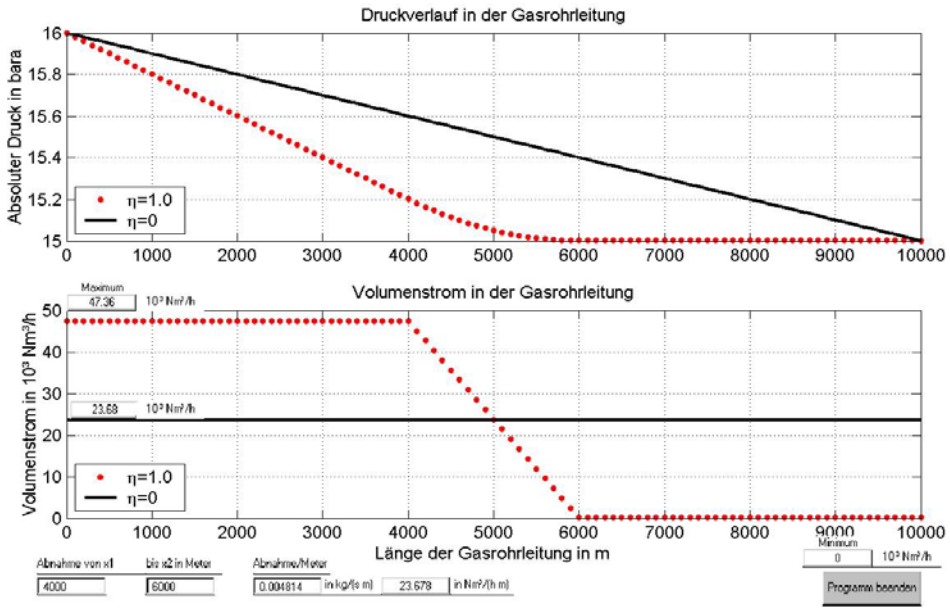

Bild 10: Reine Transitleistung und reine Absatzleitung bei gleichmäßiger Abnahme einer konstanten spezifischen Absatzleistung im Bereich von x_1 = 4000 m bis x_2 = 6000 m

In Analogie zur Definition der relativen Absatzleistung – siehe Gleichung (22) – kann deshalb für die relative Transitleistung geschrieben werden:

$$\eta_T = \frac{M_T}{M_A + M_T} \; . \tag{40}$$

Absatz im Bereich von x_1 bis x_2 der Gasrohrleitung		spezifische Absatz-leistung	Absatz-leistung gesamt	Transit-leistung	relative Absatz-leistung	relative Transit-leistung	gesamte Leistung
x_1 in m	x_2 in m	q kg/(s m)	M_A m^3_N/h	M_T m^3_N/h	η_A	η_T	$\eta_A + \eta_T$
1000	3000	0,0012	11.804	21.320	0,644	0,356	1,000
4000	6000	0,0012	11.804	17.780	0,601	0,399	1,000
7000	9000	0,0012	11.804	14.240	0,547	0,453	1,000
9000	10000	0,0012	5.902	18.070	0,754	0,246	1,000

Tabelle 3: Zusammenhang von Absatz- und Transitleistung gemäß (36) – (41)

Damit gilt in Übereinstimmung mit der Kontinuitätsgleichung stets die Beziehung

$$\eta_T + \eta_A = \mathbf{1}. \tag{41}$$

Die Ergebnisse der Berechnung des Druck- und Massenstromverlaufes sind in der Tabelle 3 und in den Bildern 11, 12 und 13 dargestellt.

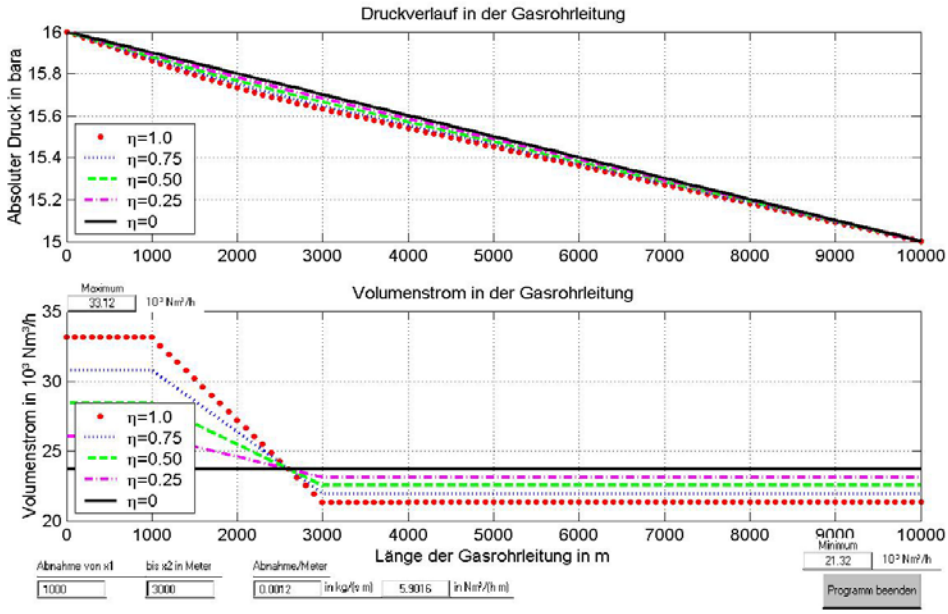

Bild 11: Gleichmäßige Abnahme einer spezifischen Absatzleistung im Bereich von x_1 = 1000 m bis x_2 = 3000 m

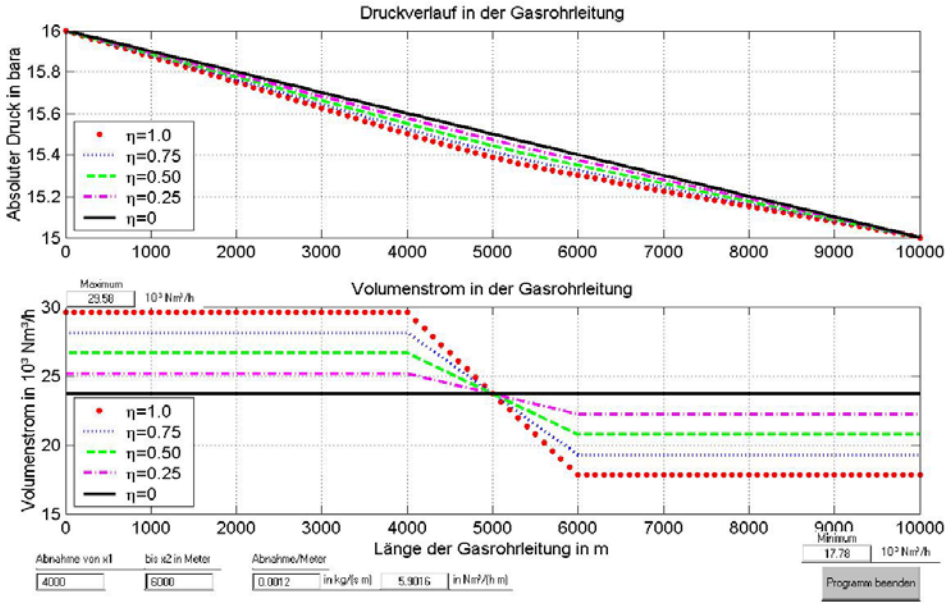

Bild 12: Gleichmäßige Abnahme einer spezifischen Absatzleistung im Bereich von x_1 = 4000 m bis x_2 = 6000 m

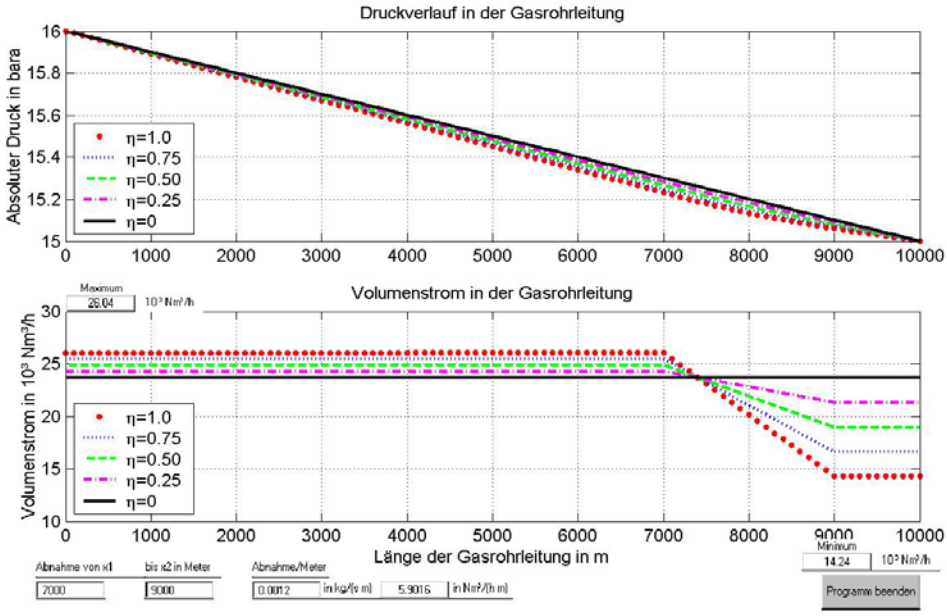

Bild 13: Gleichmäßige Abnahme einer spezifischen Absatzleistung im Bereich von x_1 = 7000 m bis x_2 = 9000 m

Sie zeigen, dass mit zunehmender Entfernung der Lieferadressen vom Anfang der Leitung, die Transportleistung bei $x = 0$ abnimmt. Bei $x = L$ erreicht sie praktisch die Leistung einer reinen Transitleitung. Eine Verschiebung der Lieferadressen zum Anfang der Leitung führt

nicht nur zu einer Zunahme der Transitleistung, sondern auch zu einer Zunahme der Gesamtförderleistung bei $x = 0$.

5. Punktuelle Absatz- oder Einspeiseleistung $\pm Q_3$ an einem beliebigen Ort $x = x_3$ der Gasrohrleitung

In der Regel wird der Netzzugang zur Versorgung von Kunden durch die Einspeisung einer vereinbarten maximalen Leistung Q_3 am Punkt $x = x_3$ und durch die Ausspeisung einer bzw. mehrerer vertraglich gebundener Leistungen Q_i an beliebig anderen Punkten des betrachteten Netzes erfolgen. Um die Abhängigkeit der Transit- und Absatzleistung auch für derartige Versorgungsstrukturen anschaulich darzustellen, wird der einfache Fall einer punktuellen Absatz- oder Einspeiseleistung Q_3 an einem beliebigen Ort $x = x_3$ der Gasrohrleitung untersucht. Für die mathematische Beschreibung des Druck- und Massenflussverlaufes dienen dazu die Gleichungen

$$\frac{2a}{c^2} \cdot \frac{\partial\ p}{\partial\ t} = \frac{\partial^2 p}{\partial\ x^2} \pm \frac{2a}{\mathrm{A}} \cdot Q_3 \cdot \delta(x - x_3)\ ; \tag{42}$$

$$M = -\left(\frac{A}{2\mathrm{a}}\right) \cdot \frac{\partial\ p}{\partial\ x}\ , \tag{43}$$

wobei die Diracsche Delta – Funktion $\delta\ (x)$ wie folgt definiert ist

$$\delta\ (x) = \begin{cases} 0 & bei \quad x \neq 0 \\ \infty & bei \quad x = 0 \end{cases}\ . \tag{44}$$

Aus den allgemeinen Lösungen der Gleichungen (42) und (43) lassen sich für den Fall einer stationären Strömung ($t \to \infty$) folgende einfache Berechnungsgleichungen für den Druck- und Massenstromverlauf ableiten:

- Druckverlauf im Bereich $x < x_3$

$$p(x) = p_1 - \frac{(p_1 - p_2) \cdot x}{L} - \frac{2a \cdot Q_3 \cdot x}{\mathrm{A} \cdot L}\ \left(\ L - x_3\ \right)\ ; \tag{45}$$

- Druckverlauf im Bereich $x > x_3$

$$p(x) = p_1 - \frac{(p_1 - p_2)\cdot x}{L} - \frac{2a\cdot Q_3\cdot x_3}{\mathrm{A}\cdot L}\left(L - x\right); \tag{46}$$

- Massenstromverlauf im Bereich $x < x_3$

$$M = \frac{(p_1 - p_2)\cdot A}{2a\cdot L} + \frac{(L - x_3)\cdot Q_3}{L}; \tag{47}$$

- Massenstromverlauf im Bereich $x > x_3$

$$M = \frac{(p_1 - p_2)\cdot A}{2a\cdot L} - \frac{x_3\cdot Q_3}{L}. \tag{48}$$

Diese Gleichungen können hinsichtlich p(x) und M mit Hilfe der Heaviside - Funktion H(x) auch in geschlossener Form dargestellt werden. Aus Platzgründen wird hier jedoch darauf verzichtet.

Die Gleichungen (45) – (46) widerspiegeln die Berechnung von zwei Rohrleitungen, die am Einspeisepunkt x_3 über die Druckbedingung $(p_2 = p_3)$ und die Massenbilanz $(M_{T,\ 1} + M_E = M_{T,\ 2})$ miteinander gekoppelt sind.

Die Ergebnisse der Berechnungen (siehe Tabelle 4 und Bilder 14 und 15) zeigen, dass die Absatz- und Transitleistung in einer Gasrohrleitung mit punktuellen Lieferadressen den gleichen Gesetzmäßigkeiten unterliegen wie beim oben beschriebenen Versorgungsfall „Gleichmäßig verteilte konstante Absatzleistung/Meter im Bereich x_1 bis x_2".

Ort der Ausspeisung	**Absatz-leistung**		**Gesamt-leistung**		**Transit-leistung**		**relative Absatz-leistung**	**relative Transit-leistung**	**gesamte Leistung**
x_3 **in m**	M_A/Q_3 **kg/s**	V_3 **m³N/h**	M_1 **kg/s**	V_1 **m³N/h**	M_T **kg/s**	V_T **m³N/h**	η_A	η_T	$\eta_A + \eta_T$
0	0	0	4,815	23.680	4,815	23.680	0	1,000	1,000
1000	2	9.836	6,614	32.530	4,616	22.700	0,302	0,698	1,000
3000	2	9.836	6,216	30.570	4,215	20.730	0,322	0,678	1,000
5000	2	9.836	5,815	28.600	3,815	18.760	0,344	0,656	1,000
7000	2	9.836	5,415	26.630	3,416	16.800	0,369	0,631	1,000
9000	2	9.836	5,014	24.660	3,015	14.830	0,399	0,601	1,000

Tabelle 4: Zusammenhang von Absatz- und Transitleistung gemäß (45) – (48)

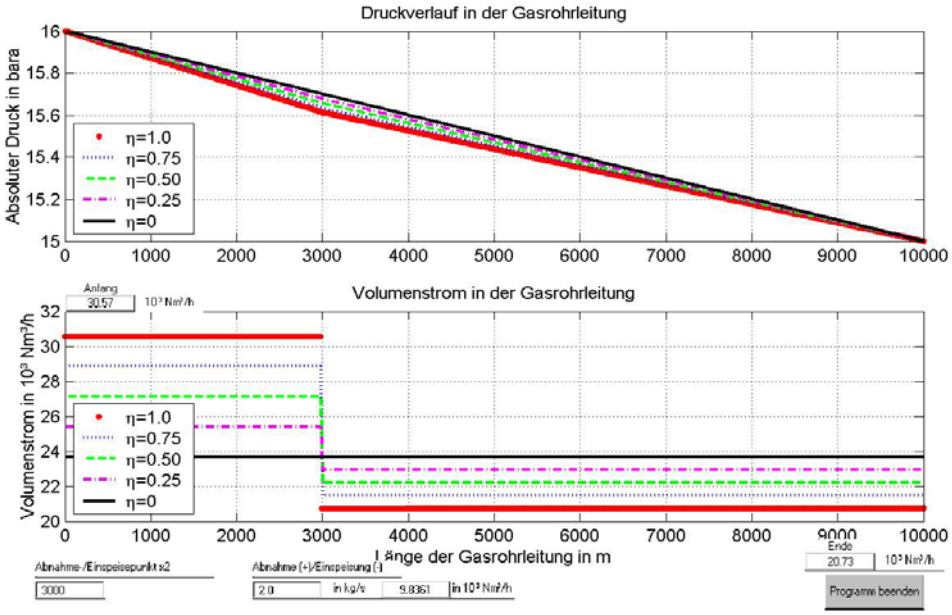

Bild 14: Druck- und Volumenstromverlauf bei punktuellem Absatz einer Leistung von 0 ... 2 kg/s (entspricht 0 ... 9.836 m_N^3/h) am Ort x = 3000 m

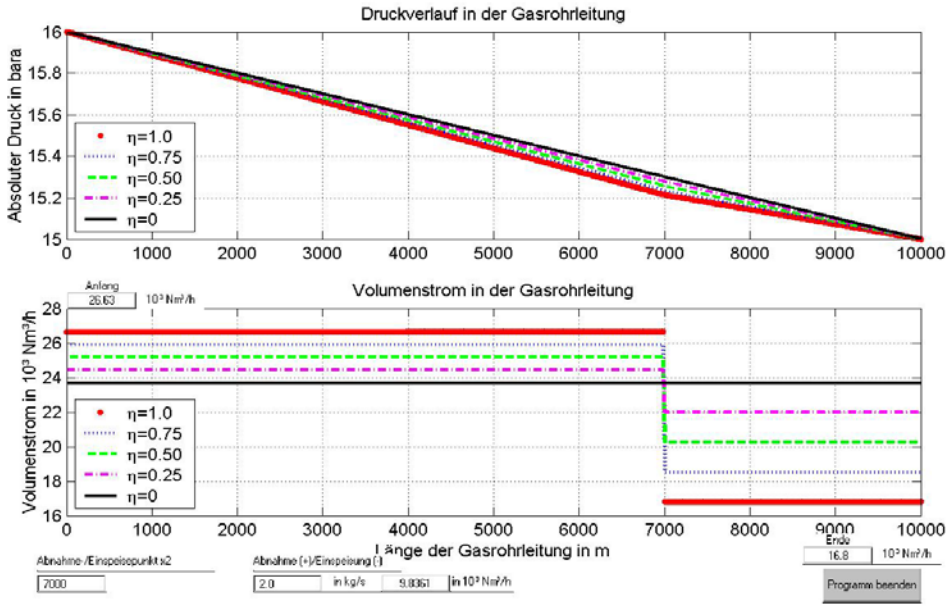

Bild 15: Druck- und Volumenstromverlauf bei punktuellem Absatz einer Leistung von 0 ... 2 kg/s (entspricht 0 ... 9.836 m_N^3/h) am Ort x = 7000 m

Bild 16 demonstriert den Zuwachs an Transitleistung durch die punktuelle Einspeisung einer Leistung von 0 ... 4 kg/s (entspricht 0 ... 19.672 m_N^3/h) an der 7000 m – Marke der Gasrohrleitung. Die Lösung dieses Versorgungsfalles unter Beachtung der sich einstellenden

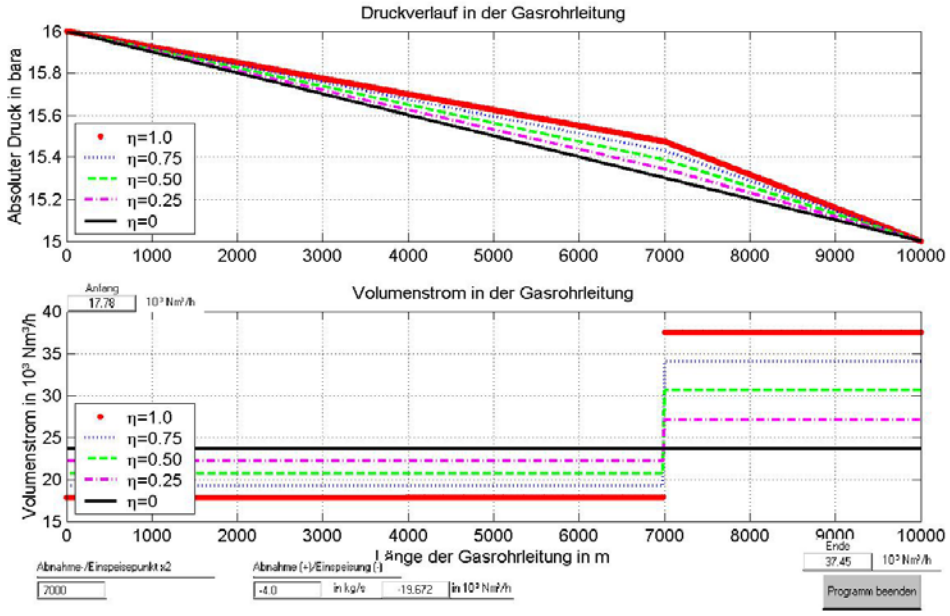

Bild 16: Druck- und Volumenstromverlauf bei der punktuellen Einspeisung einer Leistung von 0 ... 4 kg/s (entspricht 0 ... 19.672 m_N^3/h) am Ort x = 7000 m

neuen Randbedingungen im ersten (x = 0 ... 7000 m) und im zweiten Leitungsabschnitt (x = 7000 ... 10000 m) steht nur scheinbar im Widerspruch zu den oben getroffenen Aussagen. Die Transitleistung nimmt durch die Druckerhöhung bei $x = x_3$ von ca. 15,3 auf 15,5 bara im ersten Leitungsabschnitt von ca. 23.680 auf 17.780 m_N^3/h ab und im zweiten Leitungsabschnitt von 17.780 auf 37.450 m_N^3/h zu. Beide Leitungsabschnitte sind unter diesen Bedingungen 100%ig ausgelastet und besitzen keine Leistungsreserven. Netzzugänge führen deshalb nur im Falle der Schaffung neuer zusätzlicher Gaseinspeisungen zu größeren Transit- und Absatzleistungen, ansonsten nur zu einer Neuaufteilung der bereits vorhandenen Ressourcen.

6. Beliebige Art, Anzahl und Verteilung von Einspeise- und Absatzleistungen (Lieferadressen)

Das unter den Punkten 3 bis 5 beschriebene Verfahren für die Berechnung und für die graphische Darstellung der Transit- und Absatzleistung kann prinzipiell auch für Gasrohrleitungen mit einer beliebigen Art, Anzahl und Verteilung von Einspeise- und Absatzleistungen (Lieferadressen) eingesetzt werden. Damit bildet es ein effektives

Arbeitsinstrument für die vorausschauende Bewertung und operative Steuerung der Massen- und Volumenströme in Gasrohrleitungen beim Netzzugang.

Bild 17 zeigt den Druckverlauf und Volumenstrom in einer 10 km langen Gasrohrleitung DN 300, aus der an der Stelle x = 2,5 km die konstante Leistung in Höhe von 12.300 Nm³/h punktuell und im Bereich von x = 7000 ... 9000 m die konstante spezifische Leistung in Höhe von 14,75 Nm³/(h m) gleichmäßig entnommen wird wobei zusätzlich an der Stelle x = 5000 m eine konstante Leistung in Höhe von 14.800 Nm³/h eingespeist wird.

In Analogie zu den Beispielen oben lauten die Formeln für die

- relative Transitleistung

$$\frac{M_T}{M_1 + M_E} = \frac{4.2}{31.2 + 14.8} = \frac{4.2}{46} = 0.09$$

- und die relative Absatzleistung

$$\frac{M_A}{M_1 + M_E} = \frac{41.8}{31.2 + 14.8} = \frac{41.8}{46} = 0.91.$$

Wie zu erwarten, ist auch diese Gasrohrleitung mit der vorhandenen Transit- und Absatzleistung 100%ig ausgelastet.

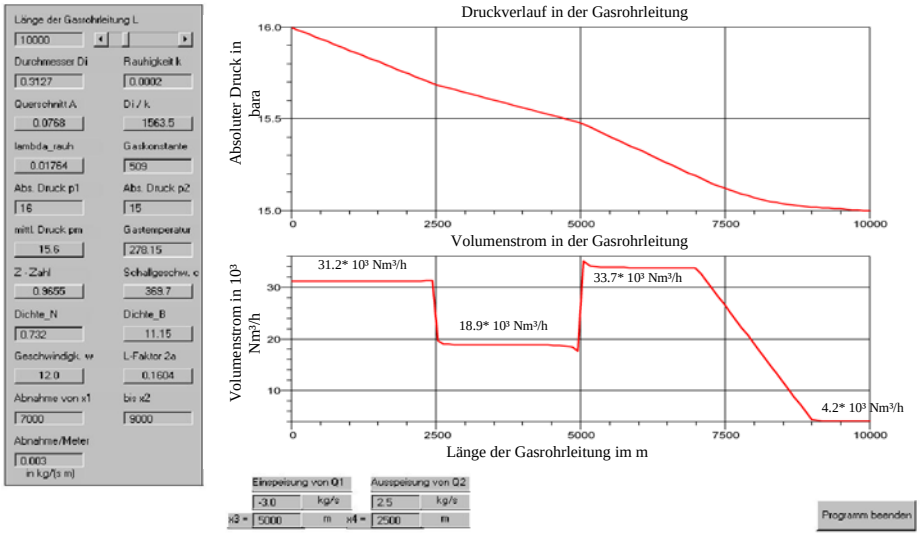

Bild 17: Druck- und Volumenstromverlauf bei einer punktuellen Ausspeisung, Einspeisung und gleichmäßiger Abnahme einer spezifischen Leistung

7. Zusammenfassung

Die Bewertung der *Transportkapazität* von Gasrohrleitungen und ihrer Ressourcen ist seit der Unterzeichnung der Verbändevereinbarung zum Netzzugang bei Erdgas nicht nur für die Betreiber der regionalen und überregionalen Netze, sondern auch für die Kunden und Händler von praktischer Bedeutung. Auf der Grundlage ausgewählter analytischer Lösungen der Transportgleichungen für die Versorgungsfälle

- gleichmäßige Abnahme in einem beliebigen Bereich der Gasrohrleitung mit und ohne konstante Transitleistung;
- punktuelle Abnahme bzw. Einspeisung an einem beliebigen Ort der Gasrohrleitung mit und ohne Transitleistung und
- beliebige Art, Anzahl und Verteilung von Einspeise- und Absatzleistungen längs der Gasrohrleitung

und der dafür entwickelten Toolboxen wird der Begriff *Transportkapazität* analysiert und für den Netzzugang präzisiert. Die durchgeführten Berechnungen und graphischen Darstellungen zeigen, dass es eine *Transportkapazität* von Gasrohrleitungen mit Lieferadressen bei vorgegebenen Randbedingungen an sich nicht gibt. Die Leistungsfähigkeit von Gasrohrleitungen wird im Allgemeinen durch ihre Transit- und Absatzleistung bestimmt. Transit- und Absatzleistung können in Abhängigkeit von der Anzahl, Anordnung und Verteilung der Lieferadressen im starken Maße variiert und gegeneinander ausgetauscht werden. Die reine Transitleitung und die reine Absatzleitung bilden dabei die zwei möglichen Grenzfälle. Gasrohrleitungen mit und ohne Lieferadressen sind im Falle vorgegebener fester Randbedingungen stets 100%ig ausgelastet und besitzen keine Leistungsreserven. Nur durch die Schaffung neuer zusätzlicher Gaseinspeisungen kann die Transit- und Absatzleistung beim Netzzugang erhöht werden.

Mit dem vorgestellten Berechnungsverfahren eröffnen sich neue Möglichkeiten für die vorausschauende Bewertung und operative Steuerung der Massen- und Volumenströme in Gasrohrleitungen beim Netzzugang.

Verzeichnis der benutzten Formelzeichen

x	Ortskoordinate
t	Zeitkoordinate
p	Druck des Gases
ρ	Dichte des Gases
ω	mittlere Geschwindigkeit des Gases
$\dot{m}$	Massenfluss des Gases ($\rho \cdot \omega$)
c	Schallgeschwindigkeit
k	mittlere Rohrrauhigkeit
λ	Rohrreibungszahl
Z	Realgasfaktor
R	spezifische Gaskonstante
T	Gastemperatur
D	Innendurchmesser der Gasrohrleitung
L	Länge der Gasrohrleitung
$2a$	Reibungsterm (linearisiert)
A	freier Strömungsquerschnitt
q	konstante spezifische Absatzleistung
M	Massenfluss
Q	punktueller Massenfluss
η	relativer Massen- bzw. Volumenfluss
$H(x)$	Heaviside-Funktion
$\delta(x)$	Diracsche Delta-Funktion

Indizies

1	Anfang
2	Ende
G	Gas
T	Transit
A	Absatz
E	Einspeisung

Literatur

[1] BGW
Verbändevereinbarung zum Netzzugang bei Erdgas (VV Erdgas II)“ vom 03.05.2002

[2] G. Cerbe u.a.
Grundlagen der Gastechnik
5. vollständig neubearbeitete Auflage
Hanser Verlag 1999

[3] DUBBEL
Taschenbuch für den Maschinenbau
18. Auflage
Springer – Verlag 1995

[4] A. Bet**a**mio de Almeida
Fluid Transients in Pipe Networks
Computational Mechanics Publications
Elsevier Applied Science, 1988

[5] W. Schacht
„Gasnetzsimulation mit Hilfe des Charakteristiken - Verfahrens“
gwf Gas Erdgas
142 (2001) Nr. 5

[6] MATHEMATICA
Wolfram Research, Inc.
100 Trade Center Drive
Champaign, IL 61820, USA

[7] MAPLE
Waterloo Maple Inc.
57 Erb Street West Waterloo
Ontario Canada N2L 6C2

[8] MACSYMA
Macsyma Inc.
20 Academy Street
Arlington, MA 02174, USA
(seit 2000 nicht mehr aktiv)

[9] MATLAB ®
The MathWorks, Inc.
Apple Hill Drive 2
Natick, MA 01760-2098, USA